

# I-238

## B.Sc. (Part-III) Supplementary/Special Examination, 2021 MATHEMATICS

(Optional)

Paper - III

(Discrete Mathematics)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 50

Minimum Pass Marks : 17

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : Attempt all five questions. Solve any two parts from each question. All questions carry equal marks.

### इकाई-I / UNIT-I

Q. 1. (a) गणितीय आगमन विधि द्वारा सिद्ध कीजिए, सभी प्राकृत संख्या  $n$  के लिए  $n^2 + n$  सम संख्या है। 5

I-238

P.T.O.

(2)

Prove by method of mathematical induction,  
 $n^2 + n$  is even number for all natural number  
 $n$ .

(b) एक व्याकरण ज्ञात कीजिए जो भाषा

$L = \{0^n1^n : n \geq 0\}$  को जनित करता है। साथ ही,  
इस व्याकरण के प्रकार व कथन बताइए। 5

Find a grammar that generates the language

$L = \{0^n1^n : n \geq 0\}$

(c)  $n$  ज्ञात कीजिए यदि  $2^n P_2 + 50 = 2^n P_2$ . 5

Find  $n$  if  $2^n P_2 + 50 = 2^n P_2$

### इकाई-II / UNIT-II

Q. 2. (a) सिद्ध करें : सभी पूर्णाकों के समुच्चय पर ' $\leq$ ' का सम्बन्ध एक आंशिक क्रमित सम्बन्ध है। 5

Show that : The relation ' $\leq$ ' is a partial order relation in the set of all integer.

I-238

(3)

(b) दर्शाइये कि  $n$  शीर्षों सहित एक सरल ग्राफ में कोरों की महत्तम संख्या  $\frac{n(n-1)}{2}$  होती है। 5

Show that the maximum number of edges in a simple graph with  $n$  vertices is  $\frac{n(n-1)}{2}$ .

(c) सिद्ध करें :  $n$  शीर्षों सहित एक ट्री  $(n-1)$  कोरें रखता है। 5

Prove that : A tree with  $n$  vertices has  $(n-1)$  edges.

इकाई-III / UNIT-III

Q. 3. (a) पम्पिंग प्रमेयिका को लिखिए एवं सिद्ध कीजिए। 5

State and prove pumping lemma.

(b) व्यंजक  $\left[ \log n + O\left(\frac{1}{n}\right) \right] [n + O(\sqrt{n})]$  को सरल कीजिये। 5

I-238

P.T.O.

(4)

Simplify the expression

$$\left[ \log n + O\left(\frac{1}{n}\right) \right] [n + O(\sqrt{n})]$$

(c) जनक फलनों के प्रयोग से,

$$3.2.1 + 4.3.2 + 5.4.3 + \dots + (r+1)r(r-1)$$

के योग का मूल्यांकन कीजिये। 5

Using generating functions, evaluate the

sum

$$3.2.1 + 4.3.2 + 5.4.3 + \dots + (r+1)r(r-1)$$

इकाई-IV / UNIT-IV

Q. 4. (a) पुनरावृत्ति संबंध

$$a_r - 2a_{r-1} + 2a_{r-2} - a_{r-3} = 0$$

को हल कीजिये, दिया गया है कि  $a_0 = 2, a_1 = 1$

तथा  $a_2 = 1$  5

I-238

(5)

Solve the recurrence relation :

$$a_r - 2a_{r-1} + 2a_{r-2} - a_{r-3} = 0$$

given that  $a_0 = 2$ ,  $a_1 = 1$  and  $a_2 = 1$ .

(b) जनक फलन विधि का प्रयोग कर निम्नलिखित अंतर

समीकरण हल कीजिये : 5

$$a_r - 6a_{r-1} + 8a_{r-2} = 0, r \geq 2$$

दिये गये परिसीमा प्रतिबंध हैं :  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = 4$

Solve by method of generating functions the  
recurrence relation

$$a_r - 6a_{r-1} + 8a_{r-2} = 0, r \geq 2$$

(c) सिद्ध कीजिये कि गुणन संक्रिया के सापेक्ष इकाई के

समस्त घनमूलों का समुच्चय एक परिमित आबेली समूह

है। 5

(6)

Show that the set of cube roots of unity is an  
abelian group with respect to multiplication.

**इकाई-V / UNIT-V**

**Q. 5.** (a) माना  $a$  तथा  $b$  एक लैटिस  $(L, \leq)$  के दो अवयव

है। दर्शाइये कि  $a \wedge b = b$  यदि और केवल यदि

$a \vee b = a$ . 5

Let  $a$  and  $b$  be two elements in a lattice

$(L, \leq)$ . Show that  $a \wedge b = b$  if and only if

$a \vee b = a$

(b) बूल का विस्तार प्रमेय लिखिये एवं सिद्ध कीजिये। **5**

State and prove Bool's expansion theorem.

(c) सिद्ध कीजिए कि निम्नलिखित कथन पुनरुक्ति है : **5**

$$(p \wedge q \Rightarrow r) \Leftrightarrow (p \Rightarrow r) \vee (q \Rightarrow r)$$

**(7)**

Prove that the following statement is a

tautology :

$$(p \wedge q \Rightarrow r) \Leftrightarrow (p \Rightarrow r) \vee (q \Rightarrow r)$$

